

Nützliche Formeln und Konstanten

14. Náboj Junior

27. November 2026

Trojsten

MmF

Inhaltsverzeichnis

1 Mathematik . . . 3
1.1 Flächeninhalt . . . 3
1.2 Umfänge . . . 3
1.3 Volumen . . . 3
1.4 Oberflächen . . . 3
1.5 Dreiecksungleichung . . . 3
1.6 Mittelsenkrechte und Winkelhalbierende . . . 3
1.7 Wichtige Elemente eines Dreiecks . . . 4
1.8 Winkel in einem Dreieck . . . 4
1.9 Dreieck mit Winkeln 30°, 60° und 90° . . . 4
1.10 Satz des Pythagoras . . . 4
1.11 Arithmetisches Mittel . . . 4
1.12 Summe der ersten positiven Zahlen . . . 4
1.13 Algebraische Identitäten . . . 4
1.14 Teilbarkeit . . . 5
1.15 Teilbarkeitsregeln . . . 5
1.16 Primzahl, zusammengesetzte Zahl . . . 5
1.17 Die ersten 42 Primzahlen . . . 5
1.18 Primfaktorzerlegung einiger Zahlen . . . 5
1.19 Wahrscheinlichkeit . . . 5
1.20 Pi . . . 5
1.21 Alphabet . . . 5
2 Physik . . . 6
2.1 Multiplikationspräfixe . . . 6
2.2 Physikalische Konstanten . . . 6
2.3 Umrechnungen von Einheiten und ungewöhnliche Einheiten . . . 6
2.4 Längen der Monate im Jahr 2025 . . . 6
2.5 Geschwindigkeit, Durchschnittsgeschwindigkeit . . . 6
2.6 Gravitationskraft . . . 6
2.7 Schwerpunkt . . . 7
2.8 Gesetz von Aktion und Reaktion . . . 7
2.9 Reibungskraft . . . 7
2.10 Drehmoment . . . 7
2.11 Hebelgleichgewicht . . . 7
2.12 Kinetische und potentielle Energie, Arbeit . . . 7
2.13 Leistung, Wirkungsgrad . . . 7
2.14 Kalorimetrische Gleichung, Zustandsänderung . . . 7
2.15 Verbrennungswärme . . . 7
2.16 Dichte . . . 8
2.17 Druck . . . 8
2.18 Hydrostatischer Druck . . . 8
2.19 Pascal'sches Gesetz . . . 8
2.20 Archimedisches Prinzip . . . 8
2.21 Spannung . . . 8
2.22 Ohmsches Gesetz . . . 8
2.23 Widerstände in Serie und parallel . . . 8
2.24 Reflexion eines Lichtstrahls . . . 8
2.25 Federn . . . 8

1 Mathematik

1.1 Flächeninhalt

Rechteck	Die Fläche eines Rechtecks mit den Seitenlängen a, b ist $\boldsymbol{A_r = ab}$.
Parallelogramm	Die Fläche eines Parallelogramms mit der Seitenlänge a und der Höhe auf diese Seite h_a ist $\boldsymbol{A_p = ah_a}$.
Dreieck	Die Fläche eines Dreiecks mit der Seitenlänge a und der Höhe auf diese Seite h_a ist $\boldsymbol{A_{tri} = \frac{ah_a}{2}}$.
Trapez	Die Fläche eines Trapezes mit den Längen der parallelen Seiten a, c und der Höhe h ist $\boldsymbol{A_{tra} = \frac{(a+c)h}{2}}$.
Kreis	Die Fläche eines Kreises mit dem Radius r ist $\boldsymbol{A_c = \pi r^2}$.

1.2 Umfänge

Polygon	Der Umfang eines Polygons ist gleich der Summe der Längen seiner Seiten.
Kreis	Der Umfang eines Kreises mit dem Radius r ist $\boldsymbol{c_c = 2\pi r}$.

1.3 Volumen

Quader	Das Volumen eines Quaders mit den Seitenlängen a, b, c ist $\boldsymbol{V_{cu} = abc}$.
Prisma	Das Volumen eines Prismas mit der Grundfläche A und der Höhe h ist $\boldsymbol{V_{pr} = Ah}$.
Zylinder	Das Volumen eines Zylinders mit dem Radius r der Grundfläche und der Höhe h ist $\boldsymbol{V_{cy} = \pi r^2 h}$.
Pyramide	Das Volumen einer Pyramide mit der Grundfläche A und der Höhe h ist $\boldsymbol{V_{py} = \frac{Ah}{3}}$.
Kegel	Das Volumen eines Kegels mit dem Radius r der Grundfläche und der Höhe h ist $\boldsymbol{V_{co} = \frac{\pi r^2 h}{3}}$.
Kugel	Das Volumen einer Kugel mit dem Radius r ist $\boldsymbol{V_s = \frac{4}{3}\pi r^3}$.

1.4 Oberflächen

Polyeder	Die Oberfläche eines Polyeders ist gleich der Summe der Flächen seiner Seiten.
Kugel	Die Oberfläche einer Kugel mit dem Radius r ist $\boldsymbol{S_s = 4\pi r^2}$.

1.5 Dreiecksungleichung

Die Summe der Längen zweier Seiten eines Dreiecks ist immer größer als die Länge der dritten Seite des Dreiecks.

1.6 Mittelsenkrechte und Winkelhalbierende

Mittelsenkrechte	Die Mittelsenkrechte einer Strecke ist die Linie, die alle Punkte einer Ebene verbindet, die den gleichen Abstand zu den Endpunkten der Strecke haben.
Winkelhalbierende	Die Winkelhalbierende ist die Linie, die alle Punkte einer Ebene verbindet, die den gleichen Abstand zu den Schenkeln des Winkels haben.

1.7 Wichtige Elemente eines Dreiecks

Höhen und Höhenschnittpunkt	Die Höhe auf eine Seite ist eine Linie, die senkrecht zur Seite steht und durch den gegenüberliegenden Eckpunkt verläuft. Alle drei Höhen eines Dreiecks schneiden sich in einem Punkt – dem Höhenschnittpunkt.
Schwerlinien und Schwerpunkt	Die Schwerlinie ist eine Linie, die den Mittelpunkt der Seite mit dem gegenüberliegenden Eckpunkt verbindet. Alle drei Schwerlinien eines Dreiecks schneiden sich in einem Punkt – dem Schwerpunkt. Der Schwerpunkt teilt die Schwerlinie im Verhältnis $2:1$, wobei der längere Teil am Eckpunkt liegt.
Mittelsenkrechte und Umkreismittelpunkt	Die Mittelsenkrechten der Seiten eines Dreiecks schneiden sich in einem Punkt – dem Umkreismittelpunkt.
Winkelhalbierende und Inkreismittelpunkt	Die Winkelhalbierenden der Winkel eines Dreiecks schneiden sich in einem Punkt – dem Inkreismittelpunkt.

1.8 Winkel in einem Dreieck

Die Summe der Innenwinkel eines Dreiecks beträgt 180°. Jeder Innenwinkel eines gleichseitigen Dreiecks misst 60°. Die Winkel, die an der Basis eines gleichschenkligen Dreiecks angrenzen, haben denselben Wert.

1.9 Dreieck mit Winkeln 30°, 60° und 90°

Durch das Teilen eines gleichseitigen Dreiecks entlang einer seiner Höhen erhält man zwei Dreiecke mit den Winkeln 30°, 60° und 90°. In einem solchen Dreieck ist die Länge der längsten Seite (gegenüber dem 90°-Winkel) doppelt so groß wie die Länge der kürzesten Seite (gegenüber dem 30°-Winkel).

1.10 Satz des Pythagoras

In einem rechtwinkligen Dreieck mit Katheten der Längen a, b und Hypotenuse der Länge c gilt die Gleichung $\boldsymbol{c^2 = a^2 + b^2}$.

1.11 Arithmetisches Mittel

Das arithmetische Mittel von n Zahlen mit der Summe $s = x_1 + x_2 + \ldots + x_n$ ist $\boldsymbol{\overline{x} = s/n}$.

1.12 Summe der ersten positiven Zahlen

Die Summe der ersten n positiven Zahlen ist $1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{\boldsymbol{n(n+1)}}{\boldsymbol{2}}$.
Die Summe der ersten n ungeraden positiven Zahlen ist $1 + 3 + 5 + \ldots + (2n-1) = \boldsymbol{n^2}$.

1.13 Algebraische Identitäten

Für beliebige reelle Zahlen a, b gelten die folgenden Identitäten:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \qquad a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \qquad a^2 + b^2 \quad \text{kann nicht vereinfacht werden}$$
$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \qquad a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$
$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \qquad a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

1.14 Teilbarkeit

Die positive ganze Zahl d ist ein Teiler der positiven ganzen Zahl n, wenn bei der Division von n durch d kein Rest bleibt. Wenn d ein Teiler von n ist, dann ist n durch d teilbar.

1.15 Teilbarkeitsregeln

2	Die letzte Ziffer muss gerade sein.
3	Die Summe der Ziffern muss durch 3 teilbar sein.
4	Die Zahl, die von den letzten beiden Ziffern gebildet wird, muss durch 4 teilbar sein.
5	Die letzte Ziffer muss 0 oder 5 sein.
6	Die Zahl muss durch 2 und 3 teilbar sein.
7	Von rechts nach links addiert und subtrahiert man abwechselnd die Zahlen, die durch jeweils drei Ziffern gebildet werden; das Ergebnis muss durch 7 teilbar sein.
8	Die Zahl, die von den letzten drei Ziffern gebildet wird, muss durch 8 teilbar sein.
9	Die Summe der Ziffern muss durch 9 teilbar sein.
10	Die letzte Ziffer muss 0 sein.
11	Man addiert und subtrahiert abwechselnd die Ziffern von rechts nach links; das Ergebnis muss durch 11 teilbar sein.
12	Die Zahl muss durch 3 und 4 teilbar sein.

1.16 Primzahl, zusammengesetzte Zahl

Eine Primzahl ist eine Zahl, die nur durch genau zwei Zahlen teilbar ist – eins und sich selbst.
Eine zusammengesetzte Zahl ist eine Zahl, deren Primfaktorzerlegung aus mindestens zwei (nicht notwendigerweise verschiedenen) Primzahlen besteht.

1.17 Die ersten 42 Primzahlen

2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43
47	53	59	61	67	71	73	79	83	89	97	101	103	107
109	113	127	131	137	139	149	151	157	163	167	173	179	181

1.18 Primfaktorzerlegung einiger Zahlen

Zahl	**Primfaktorzerlegung**
2 024	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 23$
2 025	$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$
2 026	$2 \cdot 1\,013$
2 027	2 027 (es ist ein Primzahl)
2 028	$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 13 \cdot 13$

1.19 Wahrscheinlichkeit

Wenn es N mögliche Ergebnisse gibt und das Ereignis A in n davon eintritt, dann ist die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses A $\boldsymbol{P(A) = \frac{n}{N}}$.

1.20 Pi

Der Wert der Zahl (π) beträgt ungefähr $\pi \doteq 3{,}141\,59 \doteq \frac{22}{7}$.

1.21 Alphabet

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z

2 Physik

2.1 Multiplikationspräfixe

tera (T)	1 000 000 000 000	deci (d)	0.1
giga (G)	1 000 000 000	centi (c)	0.01
mega (M)	1 000 000	milli (m)	0.001
kilo (k)	1 000	mikro (μ)	0.000 001
hekto (h)	100	nano (n)	0.000 000 001
deka (da)	10	pico (p)	0.000 000 000 001

2.2 Physikalische Konstanten

Konstante	**Wert**
Gravitationsbeschleunigung	$g = 10\,\mathrm{m/s^2}$
Lichtgeschwindigkeit	$c = 300\,000\,\mathrm{km/s}$
Schallgeschwindigkeit	$v_{sound} = 340\,\mathrm{m/s}$
Spezifische Wärme von Wasser	$c_{water} = 4200\,\mathrm{J/(kg\,°C)}$
Spezifische latente Wärme des Schmelzens von Eis und des Gefrierens von Wasser	$\ell_{water-ice} = 334\,000\,\mathrm{J/kg}$
Schmelzpunkt von Eis und Gefrierpunkt von Wasser	$t_{water-ice} = 0\,°\mathrm{C}$
Siedepunkt von Wasser	$t_{boil} = 100\,°\mathrm{C}$
Dichte von Wasser	$\rho_{water} = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$
Dichte von Eis	$\rho_{ice} = 900\,\mathrm{kg/m^3}$
Atmosphärischer Druck	$p_A = 100\,000\,\mathrm{Pa}$

2.3 Umrechnungen von Einheiten und ungewöhnliche Einheiten

Größe	**Beziehung**
Geschwindigkeit	$10\,\mathrm{m/s} = 36\,\mathrm{km/h}$
Dichte	$1000\,\mathrm{kg/m^3} = 1\,\mathrm{g/cm^3}$
Energie	$1\,\mathrm{cal} = 4200\,\mathrm{J}$
Druck	$1\,\mathrm{bar} = 100\,\mathrm{kPa}$

2.4 Längen der Monate im Jahr 2025

Januar	31 Tage	April	30 Tage	Juli	31 Tage	Oktober	31 Tage
Februar	28 Tage	Mai	31 Tage	August	31 Tage	November	30 Tage
März	31 Tage	Juni	30 Tage	September	30 Tage	Dezember	31 Tage

2.5 Geschwindigkeit, Durchschnittsgeschwindigkeit

Ein Körper, der mit konstanter Geschwindigkeit in konstante Richtung bewegt wird und eine Strecke s in der Zeit t zurücklegt, bewegt sich mit der Geschwindigkeit $v = s/t$. Die Durchschnittsgeschwindigkeit v_a eines Körpers, der während der Zeitintervalle t_1, t_2, t_3, … die Strecken s_1, s_2, s_3, … zurücklegt, ist

$$v_a = \frac{s_1 + s_2 + s_3 + \cdots}{t_1 + t_2 + t_3 + \cdots}\,.$$

2.6 Gravitationskraft

Auf einen Körper mit der Masse m wirkt im Gravitationsfeld eine Gravitationskraft $\boldsymbol{F_G = mg}$, wobei g die Gravitationsbeschleunigung in diesem Feld ist.

2.7 Schwerpunkt

Wenn die Form eines Körpers unwichtig ist, können wir den Körper durch seinen Schwerpunkt mit der gleichen Masse wie die Masse des Körpers darstellen. Daher können wir annehmen, dass die Gravitationskraft auf den Körper im Schwerpunkt angreift.

2.8 Gesetz von Aktion und Reaktion

Wenn ein Körper eine Kraft auf einen anderen Körper ausübt, übt der zweite Körper auch eine Kraft auf den ersten aus, die die gleiche Größe, aber die entgegengesetzte Richtung hat.

2.9 Reibungskraft

Wenn ein Körper auf einer Unterlage bewegt wird, übt die Unterlage auf den Körper die Reibungskraft $\boldsymbol{F_t = fF_N}$ aus, wobei F_N die Kraft ist, die die Unterlage auf den Körper senkrecht zu ihrer Oberfläche ausübt, und f der Reibungskoeffizient, der von den Materialien der berührten Oberflächen abhängt.

2.10 Drehmoment

Wirkt eine Kraft F auf einen um eine Achse drehbaren Körper im Abstand a von der Rotationsachse, erzeugt sie ein Drehmoment mit dem Betrag $\boldsymbol{M = \pm Fa}$. Das Vorzeichen wird bestimmt, je nachdem, ob die Kraft den Körper im Uhrzeigersinn oder gegen den Uhrzeigersinn dreht.

2.11 Hebelgleichgewicht

Angenommen es wirken Kräfte mit den Drehmomenten M_1, M_2, ... auf einen Hebel, dann muss die Summe aller Drehmomente null sein, um den Hebel im Gleichgewicht zu halten. Im Sonderfall von zwei einwirkenden Kräften F_1 und F_2 in den Abständen a_1 und a_2, die den Hebel in entgegengesetzte Richtungen drehen, gilt $\boldsymbol{F_1 a_1 = F_2 a_2}$.

2.12 Kinetische und potentielle Energie, Arbeit

Ein Körper mit der Masse m und der Geschwindigkeit v hat die kinetische Energie $\boldsymbol{E_k = \frac{1}{2}mv^2}$. Ein Körper mit der Masse m, dessen Schwerpunkt sich in einer Höhe h über dem Boden (oder einer anderen Referenzhöhe) befindet, hat die potentielle Energie $\boldsymbol{E_p = mgh}$ (g ist die Gravitationsbeschleunigung). Wenn eine Kraft F über eine Strecke s Arbeit verrichtet, ist diese Arbeit gleich $\boldsymbol{W = Fs}$.

2.13 Leistung, Wirkungsgrad

Wenn eine Maschine die Arbeit W in der Zeit t verrichtet, ist ihre Leistung $\boldsymbol{P = W/t}$. Wenn der Energieinput einer Maschine E_i ist und sie davon nur E_o effektiv nutzt, hat die Maschine den Wirkungsgrad $\boldsymbol{\eta = E_o/E_i}$.

2.14 Kalorimetrische Gleichung, Zustandsänderung

Um die Temperatur eines Körpers mit der Masse m und der spezifischen Wärme c um die Temperatur Δt zu erhöhen, muss der Körper die Wärme $\boldsymbol{Q = cm\Delta t}$ aufnehmen. Um den Aggregatzustand eines Körpers mit der Masse m zu ändern, muss der Körper latente Wärme $\boldsymbol{L = lm}$ aufnehmen, wobei l die spezifische latente Wärme dieser Zustandsänderung ist.

2.15 Verbrennungswärme

Beim Verbrennen eines Materials mit der Masse m und dem Heizwert H gibt das Material die Verbrennungswärme $\boldsymbol{Q = Hm}$ ab.

2.16 Dichte

Ein Körper mit der Masse m und dem Volumen V hat die Dichte $\boldsymbol{\rho = m/V}$.

2.17 Druck

Wenn eine Kraft F auf eine Fläche mit der Größe A wirkt, übt sie einen Druck $\boldsymbol{p = F/A}$ aus.

2.18 Hydrostatischer Druck

Eine Flüssigkeitssäule mit der Dichte ρ und der Höhe h erzeugt den Druck $\boldsymbol{p = \rho g h}$, wobei g die Gravitationsbeschleunigung ist.

2.19 Pascal'sches Gesetz

Wenn Druck auf eine eingeschlossene Flüssigkeit wirkt, wirkt dieser Druck an jedem Punkt der Flüssigkeit mit derselben Größe und in alle Richtungen.

2.20 Archimedisches Prinzip

Auf einen Körper, der in einer Flüssigkeit mit der Dichte ρ in einem Volumen V' eingetaucht ist, wirkt eine Auftriebskraft in Aufwärtsrichtung und mit der Größe $\boldsymbol{F_b = \rho V' g}$, wobei g die Gravitationsbeschleunigung ist.

2.21 Spannung

Eine Spannung zwischen zwei Punkten beschreibt die Größe des Unterschieds des elektrischen Potentials an diesen beiden Punkten. Mit anderen Worten beschreibt die Spannung die absolute Änderung der Energie eines Teilchens mit der Ladung 1 C, wenn es sich zwischen diesen beiden Punkten bewegt.

2.22 Ohmsches Gesetz

In einem elektrischen Stromkreis mit dem Widerstand R und der Spannung U ist die Stromstärke $\boldsymbol{I = U/R}$.

2.23 Widerstände in Serie und parallel

Der resultierende Widerstand R_s (R_p) von Widerständen mit den Widerständen R_1, R_2, ..., die in Serie (parallel) geschaltet sind, ist

$$R_s = R_1 + R_2 + \cdots, \qquad \frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots.$$

2.24 Reflexion eines Lichtstrahls

Beim Einfall eines Lichtstrahls auf eine reflektierende Oberfläche wird der Strahl so reflektiert, dass der Einfallswinkel (Winkel zwischen dem einfallenden Strahl und einer Linie, die senkrecht zur Oberfläche am Punkt des Einfalls steht) denselben Betrag hat wie der Reflexionswinkel (Winkel zwischen dem reflektierten Strahl und einer Linie, die senkrecht zur Oberfläche am Punkt des Einfalls steht).

2.25 Federn

Um die Feder mit der Federkonstanten k um die Länge Δx zu dehnen, ist es notwendig, eine Kraft $\boldsymbol{F = k\Delta x}$ auszuüben.