



Fórmulas útiles y constantes

11^a Náboj Junior

24 de noviembre de 2023



CASIO

PRINCIPIA

Índice

1.	Matemáticas	2
1.1.	Áreas	2
1.2.	Circunferencias	2
1.3.	Volúmenes	2
1.4.	Superficies	2
1.5.	Desigualdad triangular	2
1.6.	Bisectrices	2
1.7.	Elementos importantes de un triángulo	2
1.8.	Ángulos en un triángulo	3
1.9.	Triángulos con ángulo 30° , 60° and 90°	3
1.10.	Teorema de pitágoras	3
1.11.	Media aritmética	3
1.12.	Suma de enteros positivos	3
1.13.	Identidades algebraicas	3
1.14.	Divisibilidad	3
1.15.	Criterio de divisibilidad	3
1.16.	Número primo, número compuesto	4
1.17.	Los primeros 42 números primos	4
1.18.	Factorización en primos de algunos números	4
1.19.	Probabilidad	4
1.20.	Pi	4
1.21.	Alfabeto Inglés	4
2.	Física	5
2.1.	Prefijos multiplicativos del SI	5
2.2.	Constantes físicas	5
2.3.	Conversión de unidades y unidades inusuales	5
2.4.	Duración de los meses de 2023	5
2.5.	Velocidad, velocidad media	5
2.6.	Fuerza gravitatoria	5
2.7.	Centro de masa	6
2.8.	Ley de acción-reacción	6
2.9.	Fuerza de fricción (o rozamiento)	6
2.10.	Par motor o momento de fuerza	6
2.11.	Equilibrio de palanca	6
2.12.	Energía cinética y potencial, trabajo	6
2.13.	Potencia, eficiencia	6
2.14.	Ecuación calorimétrica, cambio de estado	6
2.15.	Calor de combustión	6
2.16.	Densidad	7
2.17.	Presión	7
2.18.	Presión hidrostática	7
2.19.	Ley de Pascal	7
2.20.	Principio de Arquímedes	7
2.21.	Voltaje	7
2.22.	Ley de Ohm	7
2.23.	Resistencias en serie y en paralelo	7
2.24.	Reflexión de un rayo de luz	7
2.25.	Muelles	7

1. Matemáticas

1.1. Áreas

rectángulo	El área de un rectángulo con lados de longitud a , b es $A_r = ab$.
paralelogramo	El área de un paralelogramo con lado de longitud a y altura h_a es $A_p = ah_a$.
triángulo	El área de un triángulo con lado de longitud a y altura h_a es $A_{tri} = \frac{ah_a}{2}$.
trapezoide	El área de un trapecio con bases de longitud a , c y altura h es $A_{tra} = \frac{(a+c)h}{2}$.
círculo	El área de un círculo con radio r es $A_c = \pi r^2$.

1.2. Circunferencias

polígono	El perímetro de un polígono es igual a la suma de las longitudes de sus lados.
círculo	La circunferencia de un círculo con radio r es $c_c = 2\pi r$.

1.3. Volúmenes

cuboide	El volumen de un ortoedro con lados de longitud a , b , c es $V_{cu} = abc$.
prisma	El volumen de un prisma con base con área A y altura h es $V_{pr} = Ah$.
cilindro	El volumen de un cilindro con base de radio r y altura h es $V_{cy} = \pi r^2 h$.
pirámide	El volumen de una pirámide con base con área A y altura h es $V_{py} = \frac{Ah}{3}$.
cono	El volumen de un cono con base con radio r y altura h es $V_{co} = \frac{\pi r^2 h}{3}$.
esfera	El volumen de una esfera con radio r es $V_s = \frac{4}{3}\pi r^3$.

1.4. Superficies

poliedro	La superficie de un poliedro es igual a la suma de las áreas de sus caras.
esfera	La superficie de una esfera con radio r es $S_s = 4\pi r^2$.

1.5. Desigualdad triangular

La suma de las longitudes de dos lados cualesquiera de un triángulo es siempre mayor que la longitud del tercer lado del triángulo.

1.6. Bisectrices

bisectriz perpendicular	La bisectriz perpendicular de un segmento es la línea que conecta todos los puntos de un plano que se encuentran a la misma distancia de los extremos del segmento.
bisectriz angular	La bisectriz angular de un ángulo es la línea que conecta todos los puntos de un plano que se encuentran a la misma distancia de las rectas que forman el ángulo.

1.7. Elementos importantes de un triángulo

alturas y ortocentro	La altura de un lado de un triángulo es una línea perpendicular al lado y que pasa por el vértice opuesto. Las tres alturas de un triángulo se cruzan en un punto, el ortocentro.
medianas y centroide	La mediana de un lado es una línea que conecta el punto medio del lado con el vértice opuesto. Las tres medianas de un triángulo se cruzan en un punto, en el centroide. El centroide divide la mediana en dos partes, cuyas longitudes están en proporción 2 : 1, con la parte más larga en el vértice.
bisectrices perpendiculares y circuncentro	Las bisectrices perpendiculares de los lados de un triángulo se cruzan en un punto, en el circuncentro.
bisectrices angulares e incentro	Las bisectrices angulares de los ángulos de un triángulo se intersecan en un punto, en el incentro.

1.8. Ángulos en un triángulo

La suma de los ángulos internos de un triángulo es 180° . Cada ángulo interior del triángulo equilátero mide 60° . Los ángulos adyacentes a la base del triángulo isósceles tienen la misma medida.

1.9. Triángulos con ángulo 30° , 60° and 90°

Después de dividir un triángulo equilátero a lo largo de una de sus altitudes obtenemos dos triángulos con ángulos 30° , 60° y 90° . En un triángulo de este tipo, la longitud del lado más largo (el opuesto al ángulo 90°) es el doble de la longitud del lado más corto (el opuesto al ángulo 30°).

1.10. Teorema de pitágoras

Para un triángulo rectángulo con catetos con longitudes a , b e hipotenusa con longitud c , se verifica la igualdad $c^2 = a^2 + b^2$.

1.11. Media aritmética

La media aritmética de n números con suma $s = x_1 + x_2 + \dots + x_n$ es $\bar{x} = s/n$.

1.12. Suma de enteros positivos

La suma de los primeros n enteros positivos es $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$.

La suma de los primeros n enteros positivos impares es $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$.

1.13. Identidades algebraicas

Para cualquier número real a , b se cumplen las siguientes identidades:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 + b^2 \quad \text{cannot be simplified}$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

1.14. Divisibilidad

El entero positivo d es un divisor del entero positivo n , si el número n no deja ningún resto después de dividir por d . Si d es un divisor de n , entonces n es divisible por d .

1.15. Criterio de divisibilidad

- | | |
|----|--|
| 2 | el último dígito debe ser par |
| 3 | la suma de los dígitos debe ser divisible por 3 |
| 4 | el número formado por los dos últimos dígitos debe ser divisible por 4 |
| 5 | el último dígito debe ser 0 o 5 |
| 6 | debe ser divisible por 2 y por 3 |
| 7 | de derecha a izquierda, sumamos y restamos alternativamente los números formados por tres dígitos, y el resultado debe ser divisible por 7 |
| 8 | el número formado por los tres últimos dígitos debe ser divisible por 8 |
| 9 | la suma de los dígitos debe ser divisible por 9 |
| 10 | el último dígito debe ser 0 |
| 11 | sumamos y restamos los dígitos alternativamente de derecha a izquierda, y el resultado debe ser divisible por 11 |
| 12 | debe ser divisible por 3 y por 4 |

1.16. Número primo, número compuesto

Un número primo es un número que solo es divisible por exactamente dos números: uno y él mismo.

Un número compuesto es un número cuya factorización en números primos consiste en, al menos, dos números primos (no necesariamente distintos).

1.17. Los primeros 42 números primos

2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43
47	53	59	61	67	71	73	79	83	89	97	101	103	107
109	113	127	131	137	139	149	151	157	163	167	173	179	181

1.18. Factorización en primos de algunos números

Number	Prime factorisation
2020	$2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 101$
2021	$43 \cdot 47$
2022	$2 \cdot 3 \cdot 337$
2023	$7 \cdot 17 \cdot 17$
2024	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 23$

1.19. Probabilidad

Si hay N resultados posibles y el evento A ocurre en n de ellos, entonces la probabilidad del evento A es $P(A) = \frac{n}{N}$.

1.20. Pi

El valor del número pi (π) es aproximadamente $\pi \doteq 3,141\ 59 \doteq \frac{22}{7}$.

1.21. Alfabeto Inglés

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z

2. Física

2.1. Prefijos multiplicativos del SI

tera (<i>T</i>)	1 000 000 000 000	deci (<i>d</i>)	0,1
giga (<i>G</i>)	1 000 000 000	centi (<i>c</i>)	0,01
mega (<i>M</i>)	1 000 000	milli (<i>m</i>)	0,001
kilo (<i>k</i>)	1 000	micro (<i>μ</i>)	0,000 001
hekto (<i>h</i>)	100	nano (<i>n</i>)	0,000 000 001
deka (<i>da</i>)	10	pico (<i>p</i>)	0,000 000 000 001

2.2. Constantes físicas

Constante	Valor
aceleración gravitatoria	$g = 10 \text{ m/s}^2$
velocidad de la luz	$c = 300\,000 \text{ km/s}$
velocidad del sonido	$v_{\text{sonido}} = 340 \text{ m/s}$
capacidad calorífica específica del agua	$c_{\text{agua}} = 4200 \text{ J/(kg } ^\circ\text{C)}$
capacidad calorífica específica de la arcilla de modelado	$c_{\text{arcilla}} = 800 \text{ J/(kg } ^\circ\text{C)}$
calor latente específico de fusión de hielo y congelación de agua	$l_{\text{agua-hielo}} = 334\,000 \text{ J/kg}$
punto de fusión del hielo y punto de congelación del agua	$t_{\text{agua-hielo}} = 0 \text{ } ^\circ\text{C}$
punto de ebullición del agua	$t_{\text{ebullicin}} = 100 \text{ } ^\circ\text{C}$
densidad del agua	$\rho_{\text{agua}} = 1000 \text{ kg/m}^3$
densidad del hielo	$\rho_{\text{hielo}} = 900 \text{ kg/m}^3$
presión atmosférica	$p_A = 100\,000 \text{ Pa}$

2.3. Conversión de unidades y unidades inusuales

Quantity	Relation
speeds	$10 \text{ m/s} = 36 \text{ km/h}$
densities	$1000 \text{ kg/m}^3 = 1 \text{ g/cm}^3$
energies	$1 \text{ cal} = 4200 \text{ J}$
pressures	$1 \text{ bar} = 100 \text{ kPa}$
volume	$1 \text{ l} = 36 \text{ oz}$

2.4. Duración de los meses de 2023

January	31 days	April	30 days	July	31 days	October	31 days
February	28 days	May	31 days	August	31 days	November	30 days
March	31 days	June	30 days	September	30 days	December	31 days

2.5. Velocidad, velocidad media

Un cuerpo que se mueve con velocidad constante y dirección constante, y cubre la distancia s en el tiempo t , se mueve con velocidad $v = s/t$. La velocidad media v_m del cuerpo, que se mueve durante intervalos de tiempo t_1, t_2, t_3, \dots por distancias s_1, s_2, s_3, \dots es

$$v_m = \frac{s_1 + s_2 + s_3 + \dots}{t_1 + t_2 + t_3 + \dots}$$

2.6. Fuerza gravitatoria

Sobre un cuerpo de masa m en un campo gravitatorio actúa una fuerza gravitatoria $F_G = mg$, donde g es la aceleración gravitatoria en dicho campo.

2.7. Centro de masa

Si la forma de un cuerpo no es importante, podemos representar el cuerpo por su centro de masa, con la misma masa que la masa del cuerpo. Por lo tanto, podemos suponer que la fuerza gravitacional actúa sobre el cuerpo en el centro de masa.

2.8. Ley de acción-reacción

Si un objeto actúa sobre otro objeto con cierta fuerza, entonces el segundo objeto también actúa sobre el primer objeto con una fuerza con la misma magnitud, pero en dirección opuesta.

2.9. Fuerza de fricción (o rozamiento)

Si un cuerpo se mueve sobre una superficie de contacto, la superficie actúa sobre el cuerpo con fuerza de fricción $\mathbf{F}_t = f\mathbf{F}_N$, donde F_N es la fuerza con la que la superficie de contacto actúa sobre el cuerpo, en una dirección perpendicular a su superficie, y f es el coeficiente de fricción (o rozamiento), que depende del material de contacto de las superficies.

2.10. Par motor o momento de fuerza

Cuando una fuerza F actúa sobre un cuerpo que puede rotar en torno a un eje, a una distancia a del eje de rotación, esta fuerza actúa con un par motor de magnitud $M = \pm Fa$. El signo se determina dependiendo de si la fuerza produce un giro del cuerpo en el sentido de las agujas del reloj o en el sentido contrario a las agujas del reloj.

2.11. Equilibrio de palanca

Considera unas fuerzas que actúan con pares motores M_1, M_2, \dots sobre una palanca. Para hacer que la palanca esté en equilibrio, la suma de todos los pares debe ser cero. En el caso especial de dos fuerzas F_1 y F_2 actuando a distancias a_1 y a_2 , y que giran la palanca en direcciones opuestas, se verifica que $F_1a_1 = F_2a_2$.

2.12. Energía cinética y potencial, trabajo

Un cuerpo de masa m y velocidad v tiene energía cinética $E_k = \frac{1}{2}mv^2$.

Un cuerpo de masa m cuyo centro de masa se encuentra a una altura h por encima del suelo (u otro nivel de altura de referencia) tiene energía potencial $E_p = mgh$ (g es la aceleración gravitatoria).

Si ejercemos una fuerza F que produce un desplazamiento s , el trabajo realizado es $W = Fs$.

2.13. Potencia, eficiencia

Si una máquina realiza un trabajo W en un tiempo t , su potencia $P = W/t$.

Si la energía aportada a una máquina es E_i y esta utiliza sólo una parte E_o de la misma, la máquina tiene una eficiencia $\eta = E_o/E_i$.

2.14. Ecuación calorimétrica, cambio de estado

Para aumentar la temperatura de un cuerpo con masa m y capacidad calorífica específica c una temperatura ΔT , el cuerpo debe recibir un calor $Q = cm\Delta T$.

Para cambiar el estado de un cuerpo con masa m , el cuerpo debe recibir calor latente $L = lm$, donde l es el calor latente específico de este cambio del estado.

2.15. Calor de combustión

Al quemar material con masa m y calor de combustión H , el material libera un calor $Q = Hm$.

2.16. Densidad

Un cuerpo con masa m y volumen V tiene densidad $\rho = m/V$.

2.17. Presión

Si una fuerza F actúa sobre una superficie con área A , ejerce una presión $p = F/A$.

2.18. Presión hidrostática

Una columna de un líquido de densidad ρ y altura h produce una presión de $p = \rho gh$, donde g es la aceleración gravitatoria.

2.19. Ley de Pascal

Si una presión actúa sobre un líquido confinado, esta presión actúa en cada punto del líquido con la misma magnitud y en todas las direcciones.

2.20. Principio de Arquímedes

Sobre un cuerpo que está sumergido en un líquido de densidad ρ en un volumen V' actúa una fuerza de flotabilidad, en dirección ascendente, y con magnitud $F_b = \rho V' g$, donde g es la aceleración gravitatoria.

2.21. Voltaje

Un voltaje entre dos puntos describe la magnitud de la diferencia de potencial eléctrico en estos dos puntos. En otras palabras, el voltaje describe el cambio absoluto de energía de una partícula con carga 1 C cuando se mueve entre estos dos puntos.

2.22. Ley de Ohm

En un circuito eléctrico con resistencia R y voltaje U hay una corriente $I = U/R$

2.23. Resistencias en serie y en paralelo

La resistencia resultante R_s (R_p) de resistores con resistencias R_1, R_2, \dots conectadas en serie (en paralelo) es

$$R_s = R_1 + R_2 + \dots, \quad \frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$$

2.24. Reflexión de un rayo de luz

En la incidencia de un rayo de luz sobre una superficie reflectante, el rayo es reflejado de tal manera que el ángulo de incidencia (ángulo entre el rayo incidente y una línea perpendicular a la superficie en el punto de incidencia) es igual al ángulo de reflexión (ángulo entre el rayo reflejado y una línea perpendicular a la superficie en el punto de incidencia).

2.25. Muelles

Para alargar un muelle con constante de elasticidad k una longitud Δx , es necesario ejercer una fuerza $F = k\Delta x$.