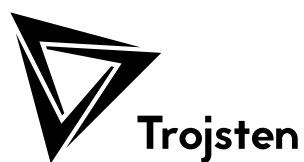


Handige formules en constanten
11e Naboj Junior

24 november 2023



Inhoudsopgave

1	Wiskunde	2
1.1	Gebieden	2
1.2	Omtrekken	2
1.3	Inhouden	2
1.4	Oppervlakken	2
1.5	Driehoeksongelijkheid	2
1.6	Bisectoren	2
1.7	Belangrijke elementen van een driehoek	3
1.8	Hoeken in een driehoek	3
1.9	Driehoeken met hoeken 30° , 60° en 90°	3
1.10	De stelling van Pythagoras	3
1.11	Rekenkundig gemiddelde	3
1.12	Som van de eerste positieve gehele getallen	3
1.13	Algebraïsche identiteiten	3
1.14	Deelbaarheid	4
1.15	Criteria voor deelbaarheid	4
1.16	Priemgetal, samengesteld getal	4
1.17	De eerste 42 priemgetallen	4
1.18	Priemfactorisaties van enkele getallen	4
1.19	Waarschijnlijkheid	4
1.20	Pi	4
1.21	Engels/Nederlands alfabet	4
2	Natuurkunde	5
2.1	Voorvoegsels van vermenigvuldiging	5
2.2	Fysiske constanten	5
2.3	Omrekening van eenheden en ongebruikelijke eenheden	5
2.4	Lengtes van maanden in 2023	5
2.5	Snelheid, gemiddelde snelheid	5
2.6	Zwaartekracht	5
2.7	Massacentrum	6
2.8	De wet van actie en reactie	6
2.9	Wrijvingskracht	6
2.10	Koppel	6
2.11	Hefboom evenwicht	6
2.12	Kinetische en potentiële energie, arbeid	6
2.13	Vermogen, efficiëntie	6
2.14	Calorimetrische vergelijking, verandering van de toestand	6
2.15	Verbrandingswarmte	6
2.16	Dichtheid	7
2.17	Druk	7
2.18	Hydrostatische druk	7
2.19	De wet van Pascal	7
2.20	Het principe van Archimedes	7
2.21	Spanning	7
2.22	De wet van Ohm	7
2.23	Weerstand in serie en in parallel	7
2.24	Reflectie van een lichtstraal	7
2.25	Veren	7

1 Wiskunde

1.1 Gebieden

rechthoek	Oppervlakte van een rechthoek met zijden a, b is $A_r = ab$.
parallelogram	Oppervlakte van een parallelogram met zijden a en met hoogte aan deze zijde h_a is $A_p = ah_a$.
driehoek	Oppervlakte van een driehoek met zijde lengte a en met hoogte op deze zijde h_a is $A_{tri} = \frac{ah_a}{2}$.
trapezium	Oppervlakte van een trapezium met lengtes van bases a, c en met hoogte h is $A_{tra} = \frac{(a+c)h}{2}$.
cirkel	Oppervlakte van een cirkel met straal r is $A_c = \pi r^2$.

1.2 Omtrekken

veelhoek	De omtrek van een veelhoek is gelijk aan de som van de lengtes van de zijden.
cirkel	Omtrek van een cirkel met straal r is $c_c = 2\pi r$.

1.3 Inhouden

kubus	Inhoud van een kubus met zijlengtes a, b, c is $V_{cu} = abc$.
prisma	Inhoud van een prisma met basis van oppervlakte A en hoogte h is $V_{pr} = Ah$.
cilinder	Inhoud van een cilinder met basis met straal r en hoogte h is $V_{cy} = \pi r^2 h$.
piramide	Inhoud van een piramide met basis van oppervlakte A en hoogte h is $V_{py} = \frac{Ah}{3}$.
kegel	Inhoud van een kegel met basis met straal r en hoogte h is $V_{co} = \frac{\pi r^2 h}{3}$.
bol	Inhoud van een bol met straal r is $V_s = \frac{4}{3}\pi r^3$.

1.4 Oppervlakken

veelvlak	De oppervlakte van een veelvlak is gelijk aan de som van de oppervlakten van de vlakken.
bol	Oppervlakte van een bol met straal r is $S_s = 4\pi r^2$.

1.5 Driehoeksongelijkheid

De som van de lengtes van twee zijden van een driehoek is altijd groter dan de lengte van de derde zijde van de driehoek.

1.6 Bisectoren

Middelloodlijn	De middelloodlijn van een lijnstuk is de lijn die loodrecht op dit lijnstuk staat en door het midden van dit lijnstuk gaat.
Bissectrice van een hoek	De bissectrice van een hoek is de rechte die alle punten van een vlak verbindt, die op dezelfde afstand van de benen van de hoek liggen.

1.7 Belangrijke elementen van een driehoek

Hoogtelijnen en hoogtepunt	De hoogtelijn van de zijde is een lijn loodrecht op de zijde en gaande door het tegenoverliggende hoekpunt. Alle drie de hoogtelijnen van een driehoek snijden elkaar in één punt – in het hoogtepunt.
Zwaartelijnen en zwaartepunt	Zwaartelijn aan de zijde is een lijn die het zwaartepunt van de zijde verbindt met het tegenoverliggende hoekpunt. Alle drie de Zwaartelijnen van een driehoek snijden elkaar in één punt – in het zwaartepunt. Het zwaartepunt verdeelt de zwaartelijn in twee delen, waarvan de lengte in de verhouding 2 : 1 ligt, met het langste deel bij het hoekpunt.
Middelloodlijnen en middelpunt van de omschreven cirkel	Middelloodlijnen van de zijden van een driehoek snijden elkaar in één punt – in de middelpunt van de omschreven cirkel.
Bissectrices van hoeken en middelpunt van de omschreven cirkel	Bissectrices van de hoeken van een driehoek snijden elkaar in één punt – in de middelpunt van de omschreven cirkel.

1.8 Hoeken in een driehoek

Som van de maten van de binnenhoeken van een driehoek 180° . Elke binnenhoek van de gelijkzijdige driehoek meet 60° . Hoeken die grenzen aan de basis van de gelijkbenige driehoek hebben dezelfde maat.

1.9 Driehoeken met hoeken 30° , 60° en 90°

Na het splitsen van een gelijkzijdige driehoek langs een van zijn hoogtes, krijgen we twee driehoeken met hoeken 30° , 60° en 90° . In driehoeken met deze eigenschap is de lengte van de langste zijde (de zijde tegenover de hoek van 90°) tweemaal de lengte van de kortste zijde (de zijde tegenover de hoek van 30°).

1.10 De stelling van Pythagoras

Voor een rechthoekige driehoek met benen met lengtes a , b en hypotenusa met lengte c geldt de gelijkheid $c^2 = a^2 + b^2$.

1.11 Rekenkundig gemiddelde

Rekenkundig gemiddelde van n getallen met som $s = x_1 + x_2 + \dots + x_n$ is $\bar{x} = s/n$.

1.12 Som van de eerste positieve gehele getallen

Som van de eerste n positieve gehele getallen is $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$.

Som van de eerste n oneven positieve gehele getallen is $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$.

1.13 Algebraïsche identiteiten

Voor alle reële getallen a, b gelden de volgende identiteiten:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$a^2 + b^2 \quad \text{kan niet worden vereenvoudigd}$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

1.14 Deelbaarheid

Een positief geheel getal d is een deler van een positief geheel getal n als het getal n geen rest overlaat na deling door d . Als d een deler is van n , dan is n deelbaar door d .

1.15 Criteria voor deelbaarheid

- 2 | het laatste cijfer moet even zijn
- 3 | de som van de cijfers moet deelbaar zijn door 3
- 4 | getal gevormd door de laatste twee cijfers moet deelbaar zijn door 4
- 5 | het laatste cijfer moet 0 of 5 zijn
- 6 | moet deelbaar zijn door 2 en 3
- 7 | van rechts naar links tellen we afwisselend de getallen gevormd door drie cijfers op en trekken ze af, het resultaat moet deelbaar zijn door 7
- 8 | het getal gevormd door de laatste drie cijfers moet deelbaar zijn door 8
- 9 | de som van de cijfers moet deelbaar zijn door 9
- 10 | het laatste cijfer moet 0 zijn
- 11 | als we afwisselend de cijfers van rechts naar links optellen en aftrekken, moet het resultaat deelbaar zijn door 11
- 12 | het resultaat moet deelbaar zijn door 3 en 4

1.16 Priemgetal, samengesteld getal

Een priemgetal is een getal dat slechts deelbaar is door precies twee getallen - één en zichzelf.
 Een samengesteld getal is een getal waarvan de priemfactorisering bestaat uit ten minste twee (niet noodzakelijk verschillende) priemgetallen.

1.17 De eerste 42 priemgetallen

2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43
47	53	59	61	67	71	73	79	83	89	97	101	103	107
109	113	127	131	137	139	149	151	157	163	167	173	179	181

1.18 Priemfactorisaties van enkele getallen

Getal	Priemfactorisatie
2021	$43 \cdot 47$
2022	$2 \cdot 3 \cdot 337$
2023	$7 \cdot 17 \cdot 17$
2024	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 23$
2025	$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$

1.19 Waarschijnlijkheid

Als er N mogelijke uitkomsten zijn en de gebeurtenis A gebeurt in n daarvan, dan de waarschijnlijkheid van de gebeurtenis A is $P(A) = \frac{n}{N}$.

1.20 Pi

De waarde van het getal (π) is ongeveer $\pi \doteq 3.14159 \doteq \frac{22}{7}$.

1.21 Engels/Nederlands alfabet

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z

2 Natuurkunde

2.1 Voorvoegsels van vermenigvuldiging

tera (<i>T</i>)	1 000 000 000 000	deci (<i>d</i>)	0.1
giga (<i>G</i>)	1 000 000 000	centi (<i>c</i>)	0.01
mega (<i>M</i>)	1 000 000	milli (<i>m</i>)	0.001
kilo (<i>k</i>)	1 000	micro (<i>μ</i>)	0.000 001
hekto (<i>h</i>)	100	nano (<i>n</i>)	0.000 000 001
deka (<i>da</i>)	10	pico (<i>p</i>)	0.000 000 000 001

2.2 Fysieke constanten

Constant	Waarde
zwaartekrachtversnelling	$g = 10 \text{ m/s}^2$
Lichtsnelheid	$c = 300\,000 \text{ km/s}$
geluidssnelheid	$v_{\text{sound}} = 340 \text{ m/s}$
specifieke warmtecapaciteit van water	$c_{\text{water}} = 4200 \text{ J/(kg } ^\circ\text{C)}$
specifieke latente warmte van het smelten van ijs en het bevriezen van water	$l_{\text{water-ice}} = 334\,000 \text{ J/kg}$
smeltpunt van ijs en vriespunt van water	$t_{\text{water-ice}} = 0 \text{ } ^\circ\text{C}$
kookpunt van water	$t_{\text{boil}} = 100 \text{ } ^\circ\text{C}$
dichtheid van water	$\rho_{\text{water}} = 1000 \text{ kg/m}^3$
dichtheid van ijs	$\rho_{\text{ice}} = 900 \text{ kg/m}^3$
Standaard druk van de atmosfeer	$p_A = 100\,000 \text{ Pa}$

2.3 Omrekening van eenheden en ongebruikelijke eenheden

Hoeveelheid | Relatie

snelheden	$10 \text{ m/s} = 36 \text{ km/h}$
dichtheden	$1000 \text{ kg/m}^3 = 1 \text{ g/cm}^3$
energieën	$1 \text{ cal} = 4200 \text{ J}$
drukken	$1 \text{ bar} = 100 \text{ kPa}$
volumes	$1 \text{ l} = 36 \text{ oz}$

2.4 Lengtes van maanden in 2023

Januari	31 dagen	April	30 dagen	Juli	31 dagen	Oktober	31 dagen
Februari	28 dagen	Mei	31 dagen	Augustus	31 dagen	November	30 dagen
Maart	31 dagen	Juni	30 dagen	September	30 dagen	December	31 dagen

2.5 Snelheid, gemiddelde snelheid

Het lichaam dat met constante snelheid en constante richting in tijd t over afstand s beweegt, beweegt met snelheid $v = s/t$. De gemiddelde snelheid v_a van het lichaam, dat zich in tijdsintervallen t_1, t_2, t_3, \dots over afstanden s_1, s_2, s_3 beweegt, ... is

$$v_a = \frac{s_1 + s_2 + s_3 + \dots}{t_1 + t_2 + t_3 + \dots}$$

2.6 Zwaartekracht

Op een lichaam met massa m in een zwaartekrachtveld werkt een zwaartekracht $F_G = mg$ waarbij g de zwaartekrachtsversnelling in dit veld is.

2.7 Massacentrum

Als de vorm van een lichaam onbelangrijk is, kunnen we het lichaam voorstellen door zijn massamiddelpunt met dezelfde massa als de massa van het lichaam. We kunnen dus aannemen dat de zwaartekracht op het lichaam in het massamiddelpunt werkt.

2.8 De wet van actie en reactie

Als een voorwerp met een bepaalde kracht op een ander voorwerp inwerkt, dan werkt het tweede voorwerp ook op het eerste voorwerp met een kracht van dezelfde grootte maar in tegengestelde richting.

2.9 Wrijvingskracht

Als een lichaam op een oppervlak van een onderlaag beweegt, werkt de onderlaag op het lichaam met een wrijvingskracht $\mathbf{F}_t = f\mathbf{F}_N$ waarbij F_N de kracht is waarmee de onderlaag op het lichaam werkt in een richting loodrecht op het oppervlak en f een wrijvingscoëfficiënt is die afhangt van het materiaal van de raakvlakken.

2.10 Koppel

Wanneer een kracht F werkt op een lichaam, dat om een bepaalde as kan draaien, op afstand a van de draaias, werkt deze kracht met een koppel met grootte $\mathbf{M} = \pm\mathbf{F}\mathbf{a}$. Het teken wordt bepaald door de vraag of de kracht het lichaam met de klok mee of tegen de klok in laat draaien.

2.11 Hefboom evenwicht

Stel dat krachten met koppels M_1, M_2, \dots op een hefboom werken. Om de hefboom in evenwicht te brengen moet de som van alle koppels nul zijn. In het speciale geval van twee werkende krachten F_1 en F_2 op afstanden a_1 en a_2 , which spin the lever die de hefboom in tegengestelde richting doen draaien, $\mathbf{F}_1\mathbf{a}_1 = \mathbf{F}_2\mathbf{a}_2$ geldt.

2.12 Kinetische en potentiële energie, arbeid

Een lichaam met massa m en snelheid v heeft kinetische energie $E_k = \frac{1}{2}mv^2$. Een lichaam met massa m , waarvan het massamiddelpunt zich op hoogte h boven de mat (of een ander referentiehoogte niveau) bevindt, heeft potentiële energie $E_p = mgh$ (g is de zwaartekrachtversnelling). Als men met een kracht F op afstand s werkt, is de arbeid gelijk aan $\mathbf{W} = \mathbf{F}\mathbf{s}$.

2.13 Vermogen, efficiëntie

Als een machine in tijd t arbeid W verricht, is haar vermogen $\mathbf{P} = \mathbf{W}/t$. Indien de energie-input van een machine E_i bedraagt en zij daarvan slechts E_o effectief gebruikt, heeft de machine een efficiëntie $\eta = E_o/E_i$.

2.14 Calorimetriscche vergelijking, verandering van de toestand

Om de temperatuur van een lichaam met massa m en specifieke warmtecapaciteit c te verhogen met temperatuur Δt , moet het lichaam de warmte ontvangen $\mathbf{Q} = cm\Delta t$. Om de toestand van een lichaam met massa m te veranderen, moet het lichaam latente warmte $\mathbf{L} = lm$ ontvangen, waarin l de specifieke latente warmte van deze toestandsverandering is.

2.15 Verbrandingswarmte

Bij verbranding van materiaal met massa m en verbrandingswarmte H geeft het materiaal de warmte $\mathbf{Q} = Hm$ af.

2.16 Dichtheid

Een lichaam met massa m en volume V heeft dichtheid $\rho = m/V$.

2.17 Druk

Als een kracht F op een oppervlak met oppervlakte A werkt, oefent hij een druk $p = F/A$ uit.

2.18 Hydrostatische druk

Een kolom van een vloeistof met dichtheid ρ en hoogte h produceert de druk $p = \rho gh$, waarbij g de zwaartekrachtversnelling is.

2.19 De wet van Pascal

Als een druk op een ingesloten vloeistof werkt, werkt deze druk in elk punt van de vloeistof met dezelfde grootte en in alle richtingen.

2.20 Het principe van Archimedes

Op een lichaam dat ondergedompeld is in een vloeistof met een dichtheid van ρ bij een volume V' , werkt een opwaartse drijfkraft met een grootte van $F_b = \rho V' g$, waarbij g de zwaartekrachtversnelling is.

2.21 Spanning

Een spanning tussen twee punten beschrijft de grootte van het verschil van het elektrische potentiaal op deze twee punten. Oftewel, spanning beschrijft de absolute verandering van energie van een deeltje met een lading van 1 C dat zich verplaatst tussen deze punten.

2.22 De wet van Ohm

In een elektrisch circuit met weerstand R en met spanningsbron U is een stroom $I = U/R$

2.23 Weerstanden in serie en in parallel

De resulterende weerstand R_s (R_p) van in serie (parallel) geschakelde weerstanden met weerstanden R_1, R_2, \dots is

$$R_s = R_1 + R_2 + \dots, \quad \frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$$

2.24 Reflectie van een lichtstraal

Door de inval van een lichtstraal op een reflecterend oppervlak reflecteert de straal zodanig, dat de invalshoek (hoek tussen de invallende straal en een lijn loodrecht op het oppervlak op het invalspunt) dezelfde grootte heeft als de reflectiehoek (hoek tussen de gereflecteerde straal en een lijn loodrecht op het oppervlak op het invalspunt).

2.25 Veren

Om de veer te verlengen met veerconstante k met lengte Δx is het nodig om met kracht $F = k\Delta x$ te werken.