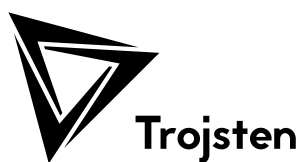


Korisne formule i konstante

## 11. Náboj Junior

24. studenog 2023.



## Sadržaj

1	Matematika . . . . .	3
1.1	Površina . . . . .	3
1.2	Opseg . . . . .	3
1.3	Volumen . . . . .	3
1.4	Oplošje . . . . .	3
1.5	Nejednakost trokuta . . . . .	3
1.6	Simetrane . . . . .	3
1.7	Važni pojmovi vezani uz trokut . . . . .	3
1.8	Kutovi trokuta . . . . .	4
1.9	Trokut s kutovima $30^\circ$ , $60^\circ$ i $90^\circ$ . . . . .	4
1.10	Pitagorin poučak . . . . .	4
1.11	Aritmetička sredina . . . . .	4
1.12	Zbroj prvih prirodnih brojeva . . . . .	4
1.13	Algebarski identiteti . . . . .	4
1.14	Djeljivost . . . . .	4
1.15	Kriteriji djeljivosti . . . . .	4
1.16	Prosti i složeni brojevi . . . . .	5
1.17	Prva 42 prosta broja . . . . .	5
1.18	Rastav na proste faktore nekih brojeva . . . . .	5
1.19	Vjerojatnost . . . . .	5
1.20	Pi . . . . .	5
1.21	Engleska abeceda . . . . .	5
2	Fizika . . . . .	6
2.1	Predmetci mjernih jedinica . . . . .	6
2.2	Konstante . . . . .	6
2.3	Pretvorba jedinica i neobične jedinice . . . . .	6
2.4	Mjeseci u 2023. . . . .	6
2.5	Brzina, srednja brzina . . . . .	6
2.6	Gravitacijska sila . . . . .	6
2.7	Središte mase . . . . .	6
2.8	Zakon akcije i reakcije . . . . .	7
2.9	Sila trenja . . . . .	7
2.10	Moment sile . . . . .	7
2.11	Zakon poluge . . . . .	7
2.12	Kinetička i potencijalna energija, rad . . . . .	7
2.13	Snaga, korisnost . . . . .	7
2.14	Toplina, fazni prijelaz . . . . .	7
2.15	Toplina izgaranja . . . . .	7
2.16	Gustoća . . . . .	7
2.17	Tlak . . . . .	7
2.18	Hidrostatski tlak . . . . .	7
2.19	Pascalov zakon . . . . .	8
2.20	Arhimedov princip . . . . .	8
2.21	Napon . . . . .	8
2.22	Ohmov zakon . . . . .	8
2.23	Serijski i paralelni spoj otpora . . . . .	8
2.24	Refleksija svjetlosne zrake . . . . .	8
2.25	Opruga . . . . .	8

## 1 Matematika

### 1.1 Površina

pravokutnik	površina pravokutnika sa stranicama duljina $a$ i $b$ je $P_{\square} = ab$ .
paralelogram	površina paralelograma sa stranicom duljine $a$ i visinom na tu stranicu $v_a$ je $P_p = av_a$ .
trokuta	Površina trokuta sa stranicom duljine $a$ i visinom na tu stranicu $v_a$ je $P_{\triangle} = \frac{av_a}{2}$ .
trapez	Površina trapeza kojem su osnovice duljina $a$ i $c$ i visine $v$ je $P_t = \frac{(a+c)v}{2}$ .
krug	Površina kruga s polumjerom $r$ je $P_o = r^2\pi$ .

### 1.2 Opseg

mnogokut	Opseg mnogokuta jednak je zbroju duljina svih stranica.
krug	Opseg kruga s polumjerom $r$ je $O_o = 2r\pi$ .

### 1.3 Volumen

kvadar	Volumen kvadra kojem su stranice duljina $a$ , $b$ , $c$ je $V_{kvadar} = abc$ .
prizma	Volumen prizme s bazom površine $B$ i visinom $h$ je $V_{prizma} = Bh$ .
valjak	Volumen valjka s bazom polumjera $r$ i visine $h$ je $V_{valjak} = r^2\pi \cdot h$ .
piramida	Volumen piramide s bazom površine $B$ i visine $h$ je $V_{piramida} = \frac{Bh}{3}$ .
stožac	Volumen stošca s bazom polumjera $r$ i visinom $h$ je $V_{stožac} = \frac{r^2\pi h}{3}$ .
sfera	Volumen sfere s polumjerom $r$ je $V_{kugla} = \frac{4}{3}r^3\pi$ .

### 1.4 Oplošje

poliedar	Oplošje poliedra jednako je zbroju površina njegovih strana.
sfera	Oplošje sfere polumjera $r$ je $O_{kugla} = 4r^2\pi$ .

### 1.5 Nejednakost trokuta

Zbroj duljina stranica bilo koje dvije stranice trokuta je uvijek strogo veći od duljine treće stranice.

### 1.6 Simetrale

simetrala dužine	simetrala dužine je pravac na kojem leže sve točke ravnine koje su jednako udaljene od krajeva dužine.
simetrala kuta	simetrala kuta je pravac na kojem leže sve točke ravnine koje su jednako udaljene od oba kraka kuta.

### 1.7 Važni pojmovi vezani uz trokut

visine i ortocentar	Visina na stranicu je pravac koji je okomit na stranicu i prolazi kroz nasuprotan vrh trokuta. Sve tri visine trokuta sijeku se u jednoj točki – u ortocentru.
težišnice i težište	Težišnica na stranicu je pravac koji povezuje polovište stranice i nasuprotan vrh trokuta. Sve tri težišnice se sijeku u jednoj točki – u težištu. Težište dijeli težišnicu na dva dijela, čije su duljine u omjeru 2 : 1, gdje je duži dio od težišta do vrha.
simetrale stranica i središte opisane kružnice	Simetrale stranica trokuta sijeku se u jednoj točki – u središtu opisane kružnice.
simetrale kutova i središte upisane kružnice	Simetrale kutova trokuta sijeku se u jednoj točki – u središtu upisane kružnice.

## 1.8 Kutovi trokuta

Zbroj unutarnjih kutova trokuta jednak je  $180^\circ$ . Svaki unutarnji kut jednakostraničnog trokuta je jednak  $60^\circ$ . Kutovi uz bazu jednakokračnog trokuta su jednaki.

## 1.9 Trokut s kutovima $30^\circ$ , $60^\circ$ i $90^\circ$

Nakon što jednakostraničan trokut podijelimo jednom od njegovih visina, dobivamo dva trokuta s kutovima  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  i  $90^\circ$ . U trokutu ovakvog tipa najdulja stranica (stranica nasuprot kuta od  $90^\circ$ ) dvostruko je dulja od najkraće stranice (one nasuprot kuta od  $30^\circ$ ).

## 1.10 Pitagorin poučak

U pravokutnom trokutu čije su katete duljina  $a$  i  $b$  te hipotenuza duljine  $c$  vrijedi jednakost:  $c^2 = a^2 + b^2$ .

## 1.11 Aritmetička sredina

Aritmetička sredina  $n$  brojeva sa sumom  $s = x_1 + x_2 + \dots + x_n$  jednaka je  $\bar{x} = s/n$ .

## 1.12 Zbroj prvih prirodnih brojeva

Suma prvih  $n$  prirodnih brojeva je  $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ .

Suma prvih  $n$  neparnih prirodnih brojeva je  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ .

## 1.13 Algebarski identiteti

Za sve realne brojeve  $a$ ,  $b$  vrijede sljedeće jednakosti:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$a^2 + b^2 \quad \text{ne može se pojednostaviti}$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

## 1.14 Djeljivost

Prirodan broj  $d$  djeljitelj je prirodnog broja  $n$  ako broj  $n$  daje ostatak 0 pri dijeljenju sa  $d$ . Ako je  $d$  djeljitelj od  $n$ , tada je  $n$  djeljiv sa  $d$ .

## 1.15 Kriteriji djeljivosti

- |    |                                                                                                                     |
|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 2  | zadnja znamenka mora biti parna                                                                                     |
| 3  | zbroj znamenki mora biti djeljiv s 3                                                                                |
| 4  | dvoznamenkasti broj koji čine zadnje dvije znamenke početnog broja mora biti djeljiv sa 4                           |
| 5  | zadnja znamenka mora biti 0 ili 5                                                                                   |
| 6  | broj mora biti djeljiv sa 2 i 3                                                                                     |
| 7  | zdesna nalijevo naizmjenice zbrajamo i oduzimamo brojeve koje čine po tri znamenke, rezultat mora biti djeljiv sa 7 |
| 8  | troznamenkasti broj koji čine zadnje tri znamenke početnog broja mora biti djeljiv sa 8                             |
| 9  | suma znamenki mora biti djeljiva sa 9                                                                               |
| 10 | zadnja znamenka mora biti 0                                                                                         |
| 11 | naizmjenice zbrajamo i oduzimamo znamenke zdesna nalijevo, rezultat mora biti djeljiv sa 11                         |
| 12 | broj mora biti djeljiv sa 3 i 4                                                                                     |

**1.16 Prosti i složeni brojevi**

Prost broj je broj koji je djeljiv s točno dva različita broja - s 1 i sa samim sobom.

Složeni broj je broj čiji rastav na proste faktore sadrži barem dva (ne nužno različita) prosta broja.

**1.17 Prva 42 prosta broja**

2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43
47	53	59	61	67	71	73	79	83	89	97	101	103	107
109	113	127	131	137	139	149	151	157	163	167	173	179	181

**1.18 Rastav na proste faktore nekih brojeva**

Broj	Rastav na proste faktore
2021	$43 \cdot 47$
2022	$2 \cdot 3 \cdot 337$
2023	$7 \cdot 17 \cdot 17$
2024	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 23$
2025	$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$

**1.19 Vjerojatnost**

Ako postoji  $N$  mogućih ishoda i događaj  $A$  se dogodi u  $n$  od tih ishoda, tada je vjerojatnost događaja  $A$  jednaka  $P(A) = \frac{n}{N}$ .

**1.20 Pi**

Vrijednost broja ( $\pi$ ) je otprilike  $\pi \approx 3.14159 \approx \frac{22}{7}$ .

**1.21 Engleska abeceda**

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z

## 2 Fizika

### 2.1 Predmetci mjernih jedinica

tera ( $T$ )	1 000 000 000 000	deci ( $d$ )	0.1
giga ( $G$ )	1 000 000 000	centi ( $c$ )	0.01
mega ( $M$ )	1 000 000	mili ( $m$ )	0.001
kilo ( $k$ )	1 000	mikro ( $\mu$ )	0.000 001
hekto ( $h$ )	100	nano ( $n$ )	0.000 000 001
deka ( $da$ )	10	piko ( $p$ )	0.000 000 000 001

### 2.2 Konstante

Konstanta	Veličina
gravitacijsko ubrzanje	$g = 10 \text{ m/s}^2$
brzina svjetlosti	$c = 300\,000 \text{ km/s}$
brzina zvuka	$v_{zvuk} = 340 \text{ m/s}$
specifični toplinski kapacitet vode	$c_{voda} = 4200 \text{ J/(kg } ^\circ\text{C)}$
specifična latentna toplina taljenja leda i smrzavanja vode	$l_{voda-led} = 334\,000 \text{ J/kg}$
talište leda i ledište vode	$t_{voda-led} = 0 \text{ } ^\circ\text{C}$
vrelište vode	$t_v = 100 \text{ } ^\circ\text{C}$
gustoća vode	$\rho_{voda} = 1000 \text{ kg/m}^3$
gustoća leda	$\rho_{led} = 900 \text{ kg/m}^3$
atmosferski tlak	$p_A = 100\,000 \text{ Pa}$

### 2.3 Pretvorba jedinica i neobične jedinice

Veličina	Odnos
brzina	$10 \text{ m/s} = 36 \text{ km/h}$
gustoća	$1000 \text{ kg/m}^3 = 1 \text{ g/cm}^3$
energija	$1 \text{ cal} = 4200 \text{ J}$
tlak	$1 \text{ bar} = 100 \text{ kPa}$
volumen	$1 \text{ l} = 36 \text{ oz}$

### 2.4 Mjeseci u 2023.

siječanj	31 dana	travanj	30 dana	srpanj	31 dana	listopad	31 dana
veljača	28 dana	svibanj	31 dana	kolovoz	31 dana	studeni	30 dana
ožujak	31 dana	lipanj	30 dana	rujan	30 dana	prosinac	31 dana

### 2.5 Brzina, srednja brzina

Tijelo koje se giba konstantom brzinom i smjerom i prijeđe put  $s$  u vremenu  $t$  se giba brzinom  $v = s/t$ . Srednja brzina  $\bar{v}$  kojom tijelo u vremenskim intervalima  $t_1, t_2, t_3, \dots$  prijeđe puteve  $s_1, s_2, s_3, \dots$  jednaka je

$$\bar{v} = \frac{s_1 + s_2 + s_3 + \dots}{t_1 + t_2 + t_3 + \dots}$$

### 2.6 Gravitacijska sila

Na tijelo mase  $m$  u gravitacijskom polju djeluje gravitacijska sila  $\mathbf{F}_G = m\mathbf{g}$ , gdje je  $g$  gravitacijsko ubrzanje.

### 2.7 Središte mase

Ako oblik tijela nije bitan, možemo promatrati cijelo tijelo samo preko njenog središta mase s istom masom kao početno tijelo. Stoga možemo pretpostaviti da gravitacijska sila djeluje na tijelo u središtu mase.

## 2.8 Zakon akcije i reakcije

Ako jedno tijelo djeluje na drugo nekom silom tada i drugo tijelo djeluje na prvo tijelo silom jednakog iznosa, ali suprotne orijentacije.

## 2.9 Sila trenja

Ako se tijelo kreće po površini neke podloge, podloga djeluje na tijelo silom trenja  $\mathbf{F}_t = f\mathbf{F}_N$ , pri čemu je  $F_N$  sila kojom podloga djeluje na tijelo u smjeru okomitom na njegovu površinu, a  $f$  koeficijent trenja koji ovisi o materijalu dodirnih površina.

## 2.10 Moment sile

Kada sila  $F$  djeluje na tijelo koje se može rotirati oko neke osi, na udaljenosti  $a$  od osi rotacije djeluje momentom sile iznosa  $M = \pm Fa$ . Predznak je određen ovisno o smjeru u kojem sila rotira tijelo (u smjeru kazaljke na satu ili suprotno od smjera kazaljke na satu).

## 2.11 Zakon poluge

Neka na polugu djeluju sile s momentima sila  $M_1, M_2, \dots$ . Da bi poluga bila uravnotežena, zbroj svih momenata sila mora biti nula. U specijalnom slučaju djelovanja dviju sila  $F_1$  i  $F_2$  na udaljenostima  $a_1$  and  $a_2$  od oslonca poluge koje rotiraju polugu u suprotnim smjerovima, poluga je u ravnoteži kada vrijedi  $F_1a_1 = F_2a_2$ .

## 2.12 Kinetička i potencijalna energija, rad

Tijelo mase  $m$  i brzine  $v$  ima kinetički energiju  $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ . Tijelo mase  $m$  čije je središte mase na visini  $h$  od podloge ima potencijalnu energiju  $E_p = mgh$  ( $g$  je gravitacijsko ubrzanje). Ako djelujemo silom  $F$  na putu  $s$ , vršimo rad iznosa  $W = Fs$ .

## 2.13 Snaga, korisnost

Ako stroj obavi rad  $W$  u vremenu  $t$ , njegova je snaga  $P = W/t$ . Ako stroj ulože energiju  $E_u$  u sustav te iskorištava samo količinu energije  $E_i$ , tada stroj ima korisnost od  $\eta = E_i/E_u$ .

## 2.14 Toplina, fazni prijelaz

Da bi se temperatura tijela mase  $m$  i specifičnog toplinskog kapaciteta  $c$  povećala za temperaturu  $\Delta t$ , tijelo mora primiti toplinu  $Q = cm\Delta t$ . Za promjenu (agregacijskog) stanja tijela mase  $m$ , tijelo mora primiti latentnu toplinu  $L = lm$ , gdje je  $l$  specifična latentna toplina te promjene stanja.

## 2.15 Toplina izgaranja

Izgaranjem materijala mase  $m$  i topline izgaranja  $H$ , materijal oslobađa toplinu  $Q = Hm$ .

## 2.16 Gustoća

Tijelo mase  $m$  i volumena  $V$  ima gustoću  $\rho = m/V$ .

## 2.17 Tlak

Ako sila  $F$  djeluje na plohu površine  $A$  ona djeluje tlakom iznosa  $p = F/A$ .

## 2.18 Hidrostatski tlak

Tlak koji stvara stupac tekućine gustoće  $\rho$  i visine  $h$  jest  $p = \rho gh$ , gdje je  $g$  gravitacijsko ubrzanje.

### 2.19 Pascalov zakon

Ako tlak djeluje na tekućinu u zatvorenoj posudi, tada taj tlak u svakoj točki tekućine djeluje jednakom jačinom i u svim smjerovima.

### 2.20 Arhimedov princip

Na tijelo volumena  $V'$  uronjeno u tekućinu gustoće  $\rho$  djeluje sila uzgona prema gore iznosa  $F_u = \rho V_u g$  gdje je  $g$  gravitacijsko ubrzanje.

### 2.21 Napon

Napon između dvije točke opisuje razliku električnih potencijala tih točaka. Drugim riječima, napon opisuje apsolutnu promjenu energije čestice s nabojem od 1 C kada se giba između te dvije točke.

### 2.22 Ohmov zakon

U strujnom krugu s otporom  $R$  i naponom  $U$  teče struja jakosti  $I = U/R$ .

### 2.23 Serijski i paralelni spoj otpora

Ukupni otpor  $R_s$  ( $R_p$ ) otpornika s otporima  $R_1, R_2, \dots$  spojenih u seriju (paralelno) iznosi

$$R_s = R_1 + R_2 + \dots, \quad \frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$$

### 2.24 Refleksija svjetlosne zrake

Pri upadu svjetlosne zrake na reflektirajuću površinu, zraka se reflektira na takav način da je upadni kut (kut između upadne zrake i crte okomite na površinu u točki upada) iste veličine kao i kut refleksije (kut između odbijene zrake i crte okomite na površinu u točki upada).

### 2.25 Opruga

Kako bismo produljili oprugu konstante elastičnosti  $k$  za duljinu  $\Delta x$  potrebno je djelovati silom  $F = k\Delta x$ .